

Le raisonnement & la prise de décision



Jean Baratgin, 10 H CM, QCM

Les samedis 29 janvier de 8h à 12h, 26 février de 8h à 10h et
12 mars de 8h à 12h amphi 2

Bibliographie

- Roulin, J. L. (1998). Psychologie Cognitive. Collection grand amphi, Breal.
- Reed, S. K. (1999). Cognition. Théories et applications. De Boeck University
- Ghiglione, R. & Richard, J. F. (1994). Cours de psychologie. 3 Champs et théories. Dunod
- Richard, J. F., Bonnet, C. & Ghiglione, R. (1990). Traité de Psychologie Cognitive 2. Le traitement de l'information symbolique. Dunod.
- Piatelli-Palmerini, M. (1995). La réforme du jugement ou comment ne plus se tromper. O. Jacob (Ed.). Paris.
- Politzer, G. (2002). Le raisonnement humain. Hermes.
- Lepage, F. (2001). **Éléments de logique contemporaine. Les presses de l'Université de Montréal.**
- Hacking, I. (2004). **L'ouverture au probable. Armand Colin**

Plan

- ① Introduction : la psychologie du raisonnement et de la prise de décision
- ① Le raisonnement déductif
- ① Autres types de raisonnement (inductif)
- ① Le jugement probabiliste et la prise de décision
- ① Conclusion : le problème de la rationalité

Plan

- Introduction : la psychologie du raisonnement et de la prise de décision
- Le raisonnement déductif
- Autres types de raisonnement
- Le raisonnement probabiliste et la prise de décision
- Conclusion : le problème de la rationalité

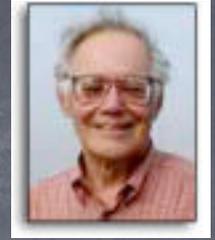
la psychologie du raisonnement et de la prise de décision

- Cadre de l'exposé et notions de base
- La question de la norme de référence

la psychologie du raisonnement et de la prise de décision

- Cadre de l'exposé et notions de base
- La question de la norme de référence

Résultat d'un traitement

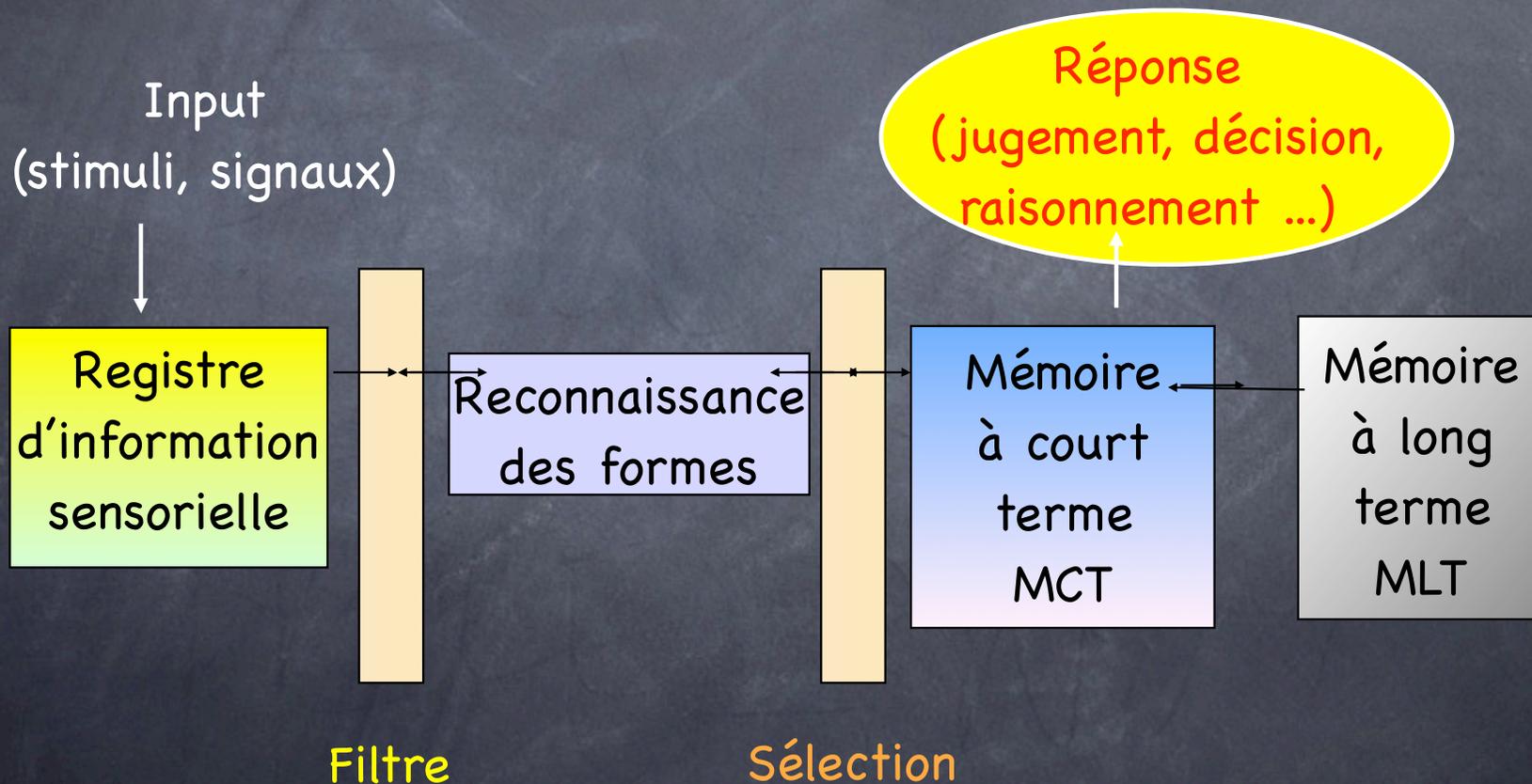


Ulric Neisser

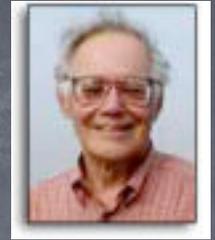
«□La psychologie cognitive se réfère à tous les processus par lesquels l'input sensoriel est transformé, réduit, élaboré, stocké, rappelé et **utilisé**□» Neisser (1967)

- **Raisonnements,**
- **jugements**
- **prise de décision**

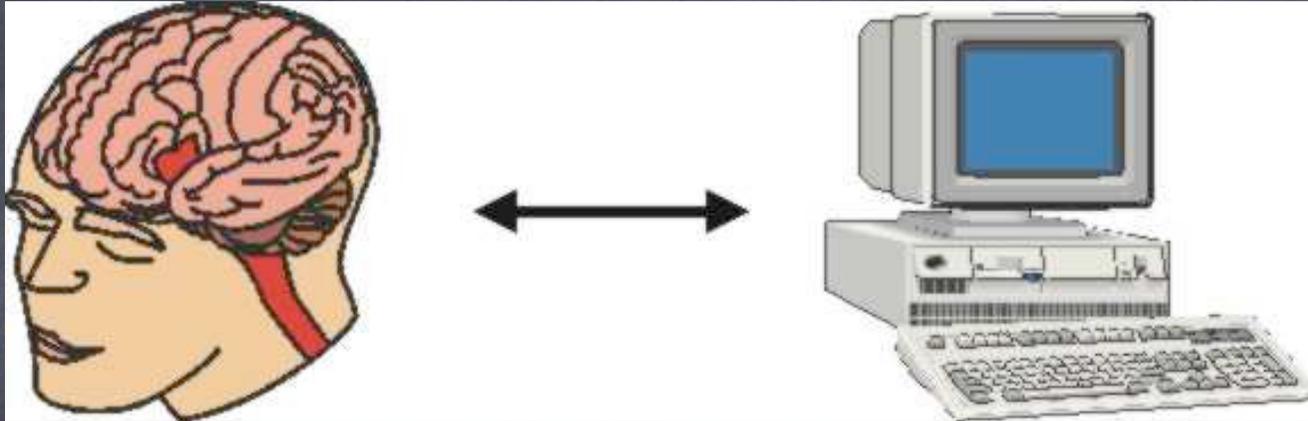
Les étapes d'un modèle du traitement d'information



La métaphore de l'ordinateur



Ulric Neisser



«La tâche du psychologue qui essaye de comprendre la cognition humaine est analogue à celle de l'homme qui essaye de découvrir comment un ordinateur a été programmé»

Neisser, U. (1968). Cognitive Psychology. Appleton-Century-Croft

La métaphore de l'ordinateur

- L'information de sortie (conclusion) peut être déterminée dès lors que l'on a spécifié le format de la représentation symbolique et la suite d'opérations appliquées à l'information d'entrée (prémises)
- Dans le cadre de la déduction : opposition sur la nature du format de représentation (syntaxique avec un mécanisme inférentiel fondé sur des règles/sémantique avec un mécanisme inférentiel fondé sur des modèles)

Questions

- Qu'est ce qui aboie mais qui n'est pas un chien?

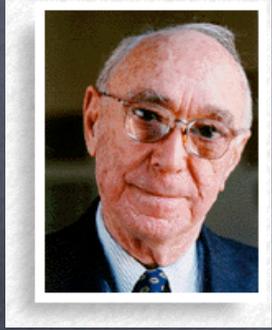
Qu'est ce qui aboie mais qui n'est pas un chien?



Non-CHIEN

Chien

Chienne



Cadre de l'exposé et notions de base

Jerome Bruner 1974

“L'être humain va au-delà de l'information
immédiatement disponible”

Jerome Bruner 1974

Raisonnement

L'être humain possède la capacité d'élaborer, à partir de connaissances primitives sur l'état réel ou hypothétique de son environnement (prémisses), d'autres connaissances ou croyances sur l'état de cet environnement (conclusions), par des activités totalement intériorisées.

Raisonnement = la méthode du passage des prémisses à la conclusion

Inférence et raisonnement

Ces activités sont qualifiées d'inférentielles et les informations dérivées sont dites inférées

On dit que l'individu effectue des inférences et le mécanisme d'élaboration de ces inférences s'appelle raisonnement

Activité inférentielle

- intervient dès qu'il y a traitement de l'information.
- Par ex. On ne peut pas faire une théorie du langage et de la communication sans y incorporer une composante inférentielle (Sperber & Wilson, 1986/1995)
- On se limite dans le cours essentiellement au traitement de l'information verbale (pouvant être écrite)

“Logique naturelle”

- Pour désigner l'ensemble des règles décrivant les inférences effectuées en langage naturel, on utilisera le terme de “logique naturelle” (Guy Politzer, 1990)

“Logique naturelle”

- On se limite à un sous domaine des activités cognitives, à savoir celui des activités mentales (Richard, 1990). Un individu a lu ou prononcé ou écrit un “raisonnement” qui offre, sous la forme d’un protocole, les traces d’une activité non observable qui est le véritable objet d’étude
 - Présentation de prémisses suivies d’une conclusion émise ou acceptée.
 - observation hors laboratoire sous la forme d’un protocole les traces d’une activité non observable (discours, devoir scolaire, ...)
 - Analyse logique de ce protocole. Comparer ou identifier une forme logique.

Jugements – décisions

- Jugements évaluatifs : les sujets expriment des préférences
- Jugements prédictifs : les sujets expriment des prévisions

Jugements et décision

- Jugement et décision spontanés et immédiats (évaluer les risques de pluie avant de sortir de chez soi, ses chances d'augmentation de salaire etc...).



Aspect dynamique

- Révision des jugements : La prise de connaissance d'un nouveau message modifie notre jugement (météo, information d'un collègue, etc...)



2 finalités des raisonnements

1. Finalité de nature épistémique

- comprendre des énoncés (textes, messages) ou des situations. C'est-à-dire rechercher une cohérence entre différentes informations, tester cette cohérence, anticiper des événements (par la connaissance d'autres événements).
- Objectif : détection des contradictions, lever ces contradictions par la formation de nouvelles interprétations, de prévoir ce qui peut se produire...

2 finalités des raisonnements

1. Finalité de nature épistémique

2. Finalité de nature pragmatique

- Les raisonnements permettent de faire des choix basés sur des préférences, de planifier des actions, d'optimiser l'activité, d'élaborer des solutions,

Ces 2 finalités peuvent être présente en même temps (ex. activités de diagnostic qui intègrent une activité de compréhension et qui sont finalisés par une décision explicite d'action ou de refus d'action)

2 niveaux d'études

- Le niveau "moléculaire":
 - Les inférences d'élaboration long (une ou plusieurs secondes, voire au-delà) qui sont délibérées, conscientes (mais pas leurs mécanisme) et accomplies avec un niveau d'effort très variable (résolution de problème, démonstration, argumentation, certains apprentissages, acquisitions de connaissances, planification)
 - On parle de stratégie ou de méthode

2 niveaux d'études

- Le niveau "atomique" (microstructure) **Objet du cours**
 - On étudie des raisonnements courts dont l'enchaînement constitue les raisonnements longs (reformuler une proposition en une proposition logiquement équivalente, appliquer une double négation, tirer la conclusion d'un syllogisme, effectuer un jugement probabiliste, causal, une décision spontanée,)
 - Les inférences courtes, se déroulent en une fraction de seconde et sont largement automatiques et inconscientes.

2 ensembles de mécanismes

1. Raisonnements portant sur des connaissances considérées comme certaines (qui peuvent être abstraites et exprimés par des symboles)

2 ensembles de mécanismes

1. Raisonnements portant sur des connaissances considérées comme certaines (qui peuvent être abstraites et exprimés par des symboles)
 - On parle de "raisonnement théorique" (activités scientifiques et didactiques : ex. raisonnement géométrique, probabiliste, statistique, relationnel, ... pour les maths, temporel, dynamique, cinématique, ...pour la physique, ...)

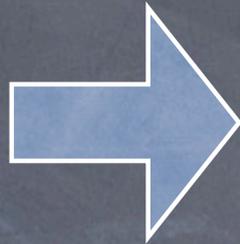
2 ensembles de mécanismes

1. Raisonnements portant sur des connaissances considérées comme certaines (qui peuvent être abstraites et exprimés par des symboles)
 - On parle de "raisonnement théorique" (activités scientifiques et didactiques : ex. raisonnement géométrique, probabiliste, statistique, relationnel, ... pour les maths, temporel, dynamique, cinématique, ...pour la physique,
 - en logique on raisonne "au second degré" (raisonnement sur des arguments).

Important car les arguments formels vont fournir aux psychologues les normes de validité

Connaissance/schéma formel

Il pleut



il y a des nuages

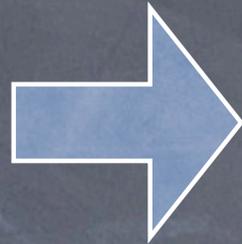
Par la logique : Modus Ponens si P alors Q; P; donc Q
Schéma d'inférence, formel qui exprime des relations invariantes,
indépendantes du thème et du contenu des énoncés

2 ensembles de mécanismes

1. Raisonnements portant sur des connaissances considérées comme certaines
2. Raisonnements portant sur des connaissances généralement incertaines ou sur des croyances
 - On parle de raisonnement "pratiques"/théoriques
 - Conclusion souvent affectée d'incertitude

Connaissance/schéma formel

Il pleut



il y a des nuages

Par la logique : Modus Ponens si P alors Q; P; donc Q

Schéma d'inférence, formel qui exprime des relations invariantes, indépendantes du thème et du contenu des énoncés

Par la connaissance : Le thème fourni par la prémisse et la conclusion font partie de notre connaissance.

On va parler d'heuristiques : le sujet puise des prémisses complémentaires dans sa connaissance du monde

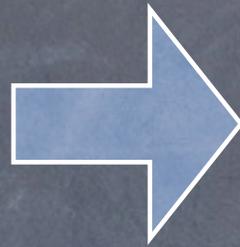
2 ensembles de mécanismes

1. Raisonnements portant sur des connaissances considérées comme certaines
2. Raisonnements portant sur des connaissances généralement incertaines ou sur des croyances
 - On parle de raisonnement "pratiques"/théoriques
 - Conclusion souvent affectée d'incertitude
 - Susceptible d'être révisée

2 ensembles de situations

Si quelqu'un ouvre la porte, l'alarme sonne

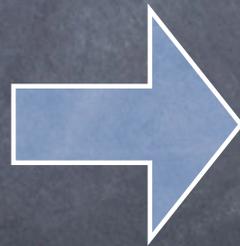
Quelqu'un ouvre
la porte



L'alarme sonne

Modus Ponens si P alors Q; P; donc Q

L'alarme n'est pas
branchée



Conclusion révoicable

nouvelles informations (ajout de prémisses) peut
entraîner une rétractation

On parle d'effet de non-monotonie

2 ensembles de mécanismes

1. Raisonnements portant sur des connaissances considérées comme certaines
2. Raisonnements portant sur des connaissances généralement incertaines ou sur des croyances
 - On parle de raisonnement "pratiques"/théoriques
 - Conclusion souvent affectée d'incertitude
 - Susceptible d'être révisée
 - Relation avec la mémoire
 - ex. raisonnement par analogie qui vise à comprendre une situation inconnue par référence à des situations en établissant une correspondance entre les objets des deux situations et entre les relations existant entre les objets à l'intérieur des deux situations

2 domaines d'étude privilégiés

déductive : prémisses vraies conclusion vraie

(1) Tous les jardiniers aiment les fleurs. (2) Joseph est jardinier
donc
Joseph aime les fleurs

inductive : conclusion pas certainement vraie

(1) Presque tous les cuisiniers sont gourmands (2) Gaston est cuisinier
donc
Gaston est gourmand

Autres domaines

Révision des croyances (si C est dérivable de A, elle ne l'est pas forcément de A & B)

La réorganisation de notre base de connaissance est rendue nécessaire quand une information certaine vient contredire une conclusion que nous avons tiré auparavant



Bien étudié en IA en Economie et
commence en psycho

Autres domaines

prémisse incertain conclusion incertaines

Raisonnement plausible (Polya, 1954)



George Polya
(1887-1985)

Difficultés :

- identifier le format de représentation de l'incertitude ?
- découvrir les règles de combinaison de l'incertitude des prémisses ?
- comment s'effectue l'héritage de l'incertitude des prémisses à la conclusion ?

Objectif

- Comprendre la problématique de la performance en psycho. Cognitive/rationalité à travers les principaux paradigmes expérimentaux sur le raisonnement :
 - Déduction
 - Test d'hypothèse
 - Induction
 - Statistique (non inférentielle)
 - Probabiliste
 - Prise de décision

Absence

- ① Point de vue développement
- ① Pathologie
- ① Point de vue différentiel (expertise, âges, interculturel, social...)
- ①

Pluridisciplinarité

- le domaine médical dans le cadre du diagnostic,
- le droit dans le contexte d'un jugement de culpabilité possible d'un suspect à la lumière d'indices,
- l'économie pour qui l'agent prend des décisions sur la base d'anticipations,
- la philosophie qui s'interroge sur la rationalité de tels raisonnements
- l'Intelligence Artificielle ...
-

la psychologie du raisonnement et de la prise de décision

- Cadre de l'exposé et notions de base
- La question de la norme de référence

La question normative

1. Dans l'étude du raisonnement
2. Dans l'étude du jugement et de la prise de décision

La question normative

1. Dans l'étude du raisonnement
2. Dans l'étude du jugement et de la prise de décision

1. La question normative dans l'étude du raisonnement

- 2 hypothèses simplificatrices jusqu'au années 1970
 - Existence d'un système de règles de logique comme source unique des inférences
 - On peut accéder aux mécanismes du raisonnement naturel en traitant le langage naturel comme un langage formel

Avis contraire de nombreux logiciens et philosophes (ex. Church, 1956; Reichenbach, 1947; Strawson, 1952; Tarski, 1941)

La question normative

- importance du critère normatif retenue pour juger de la performance et de la rationalité des réponses



Alfred Binet (1857-1911)

Syllogisme de type "tous les hommes sont mortels, Socrate etc... supposé capter l'essence de tout raisonnement



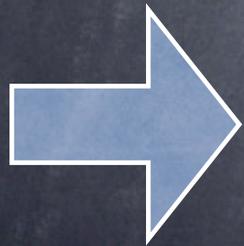
Jean Piaget (1896-1980)

Le mécanisme du raisonnement n'est "que le calcul comme tel que comportent les opérations propositionnelles" (tout ce qui est étudié par les logiques = l'ensemble des raisonnements étudiés par la logique)

La question normative

Wason & Johnson-Laird (1972) montrent que les performances des sujets sont incompatibles avec la théorie piagétienne

On cherche à élaborer des théories originales, logiques (syntaxiques, sémantiques) ou non-logique (probabiliste) pour expliquer les mécanismes conduisant le sujet à produire et évaluer une conclusion



Les approches théoriques

1. Modèles de raisonnement propositionnel fondés sur un système de règle (Braine)
2. La théorie des schémas pragmatiques (Cheng & Holyoak)
3. Les modèles mentaux (Johnson-Laird)

La logique comme norme

- La logique formelle comme norme de référence pour l'étude du raisonnement déductif
- Logos d'Aristote
- Descartes
- Logique moderne

Logique propositionnelle

- Système de calcul logique le plus élémentaire et le plus fondamental
- Une proposition peut prendre 2 valeurs : **Vrai** ou **Faux**

Tables de vérité et connecteurs

négation

P	$\neg P$
V	F
F	V

conjonction

P	Q	P & Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Logique propositionnelle

Tables de vérité et connecteurs

disjonction

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implication matérielle

P	Q	$P \supset Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Logique propositionnelle

Tables de vérité et connecteurs

ou exclusif

P	Q	$P \vee Q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

biconditionnelle

P	Q	$P \equiv Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

il y a 16 connecteurs possibles

Logique propositionnelle

Tables de vérité d'énoncé complexe

P	Q	R	$(P \vee Q) \supset R$
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	V

P : Il pleut

Q : Il neige

R : Je prend ma voiture

Si que des vrais dans la dernière colonne = tautologie

Si que des faux dans la dernière colonne = contradiction

Sinon contingente

Schémas de déduction

- Modus ponens : $P \supset Q; P \therefore Q$ (Si P alors Q; P : donc Q)
Si le crime a eu lieu dans la chambre, il a été commis la nuit; le crime a eu lieu dans la chambre: donc le crime a été commis la nuit

- Modus tonens : $P \supset Q; \neg Q \therefore \neg P$ (Si P alors Q; non-Q : donc non-P)

Si le jardinier était coupable, il se serait enfui; le jardinier ne s'est pas enfui: donc le jardinier n'est pas coupable

- Modus tollendo ponens (ou syllogisme disjonctif) : $P \vee Q; \neg P \therefore Q$ (P ou Q; non-P : donc Q)

Ou bien le secrétaire est coupable, ou bien le gardien est coupable; le gardien n'est pas coupable donc le secrétaire est coupable

Schémas de déduction

- Elimination : $P \& Q \therefore P$ (P et Q : donc P)

Le palefrenier est innocent et la gardienne est suspecte : donc le palefrenier est innocent

- Introduction : $P \therefore P \vee Q$ (P : donc P ou Q)

La gouvernante était endormie : donc ou bien la gouvernante était endormie, ou bien elle était absente

- Addition : $P; Q; \therefore P \& Q$ (P; Q : donc P et Q)

Le palefrenier est innocent; la gardienne est innocente : donc le palefrenier et la gardienne sont innocents

Schémas de déduction

- Double négation : $\neg(\neg P)$; $\therefore P$ (non-(non-P) : donc P)

Le palefrenier n'était pas inconscient : donc le palefrenier était conscient

- Contraposition : $P \supset Q$; $\therefore \neg Q \dots \neg P$ (Si P alors Q : donc si non-Q alors non-P)

Si le crime a eu lieu dans la chambre, il a été commis la nuit : donc si le crime n'a pas été commis la nuit, il n'a pas eu lieu dans la chambre

Logique des prédicats

- Proposition atomique
 - Dans "le jardinier est innocent" le prédicat "innocent" est appliquée à une entité individuelle appelée constante individuelle (ici "jardinier"). Ij
 - x appelée variable individuelle symbole pour désigner une entité individuelle non spécifié. Ix
 - On peut remplacer x par une constante individuelle
 - Spécifie avec un quantificateur comme pour \forall quelque soit (quantificateur universel) ou \exists il existe (quantificateur existentiel)

Propositions catégoriques

- l'universelle affirmative (a) : Tous les habitants sont innocents

$$(\forall x)(Hx \supset Ix)$$

- La particulière affirmative (i) : Certains habitants sont innocents

$$(\exists x)(Hx \& Ix)$$

- L'universelle négative (e) : Aucun habitant n'est innocent

$$(\forall x)\neg(Hx \& Ix)$$

- La particulière négative (o) : Certains habitants ne sont pas innocents

$$(\exists x)(Hx \& \neg Ix)$$

Carré des oppositions

Remonte à Aristote :

Quatre propositions quantifiées qui mettent en relation une classe sujet S et une classe prédicat P. Ces propositions affirment que la classe sujet S possède ou ne possède pas la propriété caractéristique de la classe attribut P

Tous les S sont P
Affirmative universelle
(Superalterne)



Certains S sont P
Affirmative particulière
(Subalterne)

Contraires

Ne peuvent être vraie ensemble
(mais peuvent être fausse ensemble)

contradictoires
contradictoires

Subcontraires

Elles ne peuvent être fausse ensemble
(mais peuvent être vraie ensemble)

Aucun S n'est P
Négative universelle
(superalterne)



Certains S ne sont pas P
Négative particulière
(Subalterne)

Transformations internes portant sur une seule proposition

Conversion: échanger S et P

Obversion: changer le sujet et le prédicat en leur négation

Contraposition: prendre la négation du sujet et du prédicat
et à les permuter

Le résultat de ces transformations est valide ou non selon le quantificateur

Ex. Conversion

certain S sont P et Certains P sont S valides

mais

tous les S sont P et tous les P sont S non valides

Les syllogismes catégoriques

Arguments déductifs constitués de trois propositions catégoriques (2 prémisses dont on infère la troisième, la conclusion). Le sujet et le prédicat sont choisis parmi trois classes S, P, M (terme moyen)

Figure 1	Figure 2	Figure 3	Figure 4	
M P	P M	M P	P M	(majeure)
<u>S M</u>	<u>S M</u>	<u>M S</u>	<u>M S</u>	(mineure)
S P	S P	S P	S P	(conclusion)



Aucun Milliardaire n'est Pauvre
Certains Milliardaires sont Sportifs
Certains Sportifs ne sont pas Pauvres

64 façon de constituer un syllogisme donc 256
syllogismes possibles dont seulement 24 sont valides

Inférence naturelle/inférence formelle

Logique = normes de validité pour les psychologues

Logique naturelle = mécanismes par lesquels les inférences sont effectuées en langage naturel

1er différence : Inférence naturelle : existence de relations préexistantes (causales, épistémiques, déontiques, ..., purement factuelles)

Si Bill est en France, il ne s'arrête pas à Paris par contraposition

(si P alors Q; donc si non Q alors non P)

si Bill s'arrête à Paris, il n'est pas en France

1.- Relation factuelle entre antécédent et conséquent (géographie):

Si Bill s'arrête à Paris nécessairement il est en France

2. - Cette relation interfère et contredit la relation obtenue par contraposition

Inférence naturelle/inférence formelle

Logique = normes de validité pour les psychologues

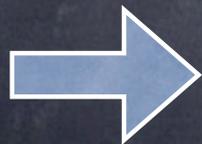
Logique naturelle = mécanismes par lesquels les inférences sont effectuées en langage naturel

2ième différence : but diffère:

- logique (décrire des arguments valides)
- inférence naturelle

a. affecte une hypothèse (croyance ou connaissance),
forme, confirme ou renforce cette hypothèse (et qu'elle affaiblit ou annule une hypothèse concurrente)

b. contient une information nouvelle non évidente et non triviale qui n'apparaît pas dans les prémisses



Une conclusion obtenue validement n'est pas forcément acceptable

il joue au foot; donc il joue au foot ou au rugby
P donc PVQ

généralement pas acceptable hors contexte : la conclusion est de façon explicite moins informative que la prémisse (contradiction avec les buts de l'inférence)

Inférence naturelle/inférence formelle

Logique = normes de validité pour les psychologues

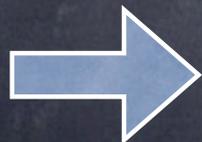
Logique naturelle = mécanismes par lesquels les inférences sont effectuées en langage naturel

2ième différence : but diffère:

- logique (décrire des arguments valides)
- inférence naturelle

a. affecte une hypothèse (croyance ou connaissance),
forme, confirme ou renforce cette hypothèse (et qu'elle affaiblit ou annule une hypothèse concurrente)

b. contient une information nouvelle non évidente et non triviale qui n'apparaît pas dans les prémisses



Une conclusion obtenue validement n'est pas forcément acceptable

il joue au foot; donc vous aviez raison de dire qu'il joue au foot ou au rugby
 $P \text{ donc } P \vee Q$

Ici l'inférence est justifié par son cadre argumentatif

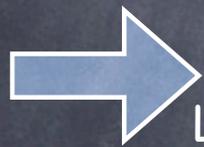
Inférence naturelle/inférence formelle

Logique = normes de validité pour les psychologues

Logique naturelle = mécanismes par lesquels les inférences sont effectuées en langage naturel

3ième différence : rapport entre langue/métalangue

- langage naturelle difficile de distinguer ces deux niveaux
- langage formel il est essentiel de les distinguer



paradoxes

La négation
métalinguistique

Médor n'est pas une bête, c'est un chien

connecteurs

Elle divorça et il lui rendit la vie impossible
Il lui rendit la vit impossible et elle divorça

P & Q et Q & P lien temporel ou causal de "et"

Julien est footballeur ou rugbymen

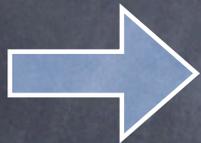
en logique \vee exprime la simplement la disjonction, ou exprime l'ignorance

Inférence naturelle/inférence formelle

Logique = normes de validité pour les psychologues

Logique naturelle = mécanismes par lesquels les inférences sont effectuées en langage naturel

en général : le calcul des propositions ne peut capter toutes les inférences naturelles

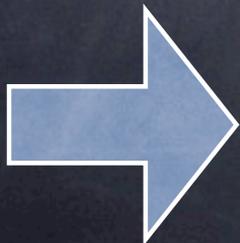


paradoxes

Il n'est pas exact que s'il pleut le match sera annulé
équivalent à
il va pleuvoir et le match ne sera pas annulé

$\neg(P \supset Q)$ donc $(P \ \& \ \neg Q)$

Le raisonnement naturel commence au stade de l'interprétation des prémisses



Obligation de prendre en considération les lois d'usage du langage qui contribuent à cette interprétation

Performance logique

Deux facteurs doivent être contrôlés:

1. Facteur interprétatif affectant le quantificateur

En logiques formels, certains = un ou plusieurs éléments de références et peut être tous

Dans le langage naturel, certains a en général une interprétation restrictive équivalente un ou plusieurs éléments de références et peut être pas tous.

Le destinataire d'un énoncé fait normalement l'hypothèse que l'énonciateur s'engage à être aussi informatif que possible et donc que s'ils dit "certains" c'est que l'usage de "tous" ne serait pas approprié donc on interprété "certains" en ajoutant à son sens logique de "au moins un" l'implication "mais pas tous"

Performance logique

Deux facteurs doivent être contrôlés:

2. Biais de croyance: considérer comme vraie une conclusion qui est en accord avec ses croyances, ou dont le contenu semble vraisemblable

- On présente aux sujets des syllogismes :
 - « Tous les mangeurs de foin sont légers »
 - « Tous les éléphants sont des mangeurs de foin »
 - Donc : « Tous les éléphants sont légers »
- 80% des sujets estiment que cette conclusion est fausse alors qu'elle est logiquement **Vraie**

Solutions

1. Changer certains avec il y a
2. Présenter un micro univers (une contrée lointaine, une ville particulière, ...)

La question normative

1. Dans l'étude du raisonnement
2. Dans l'étude du jugement et de la prise de décision

2 critères généraux de discriminations

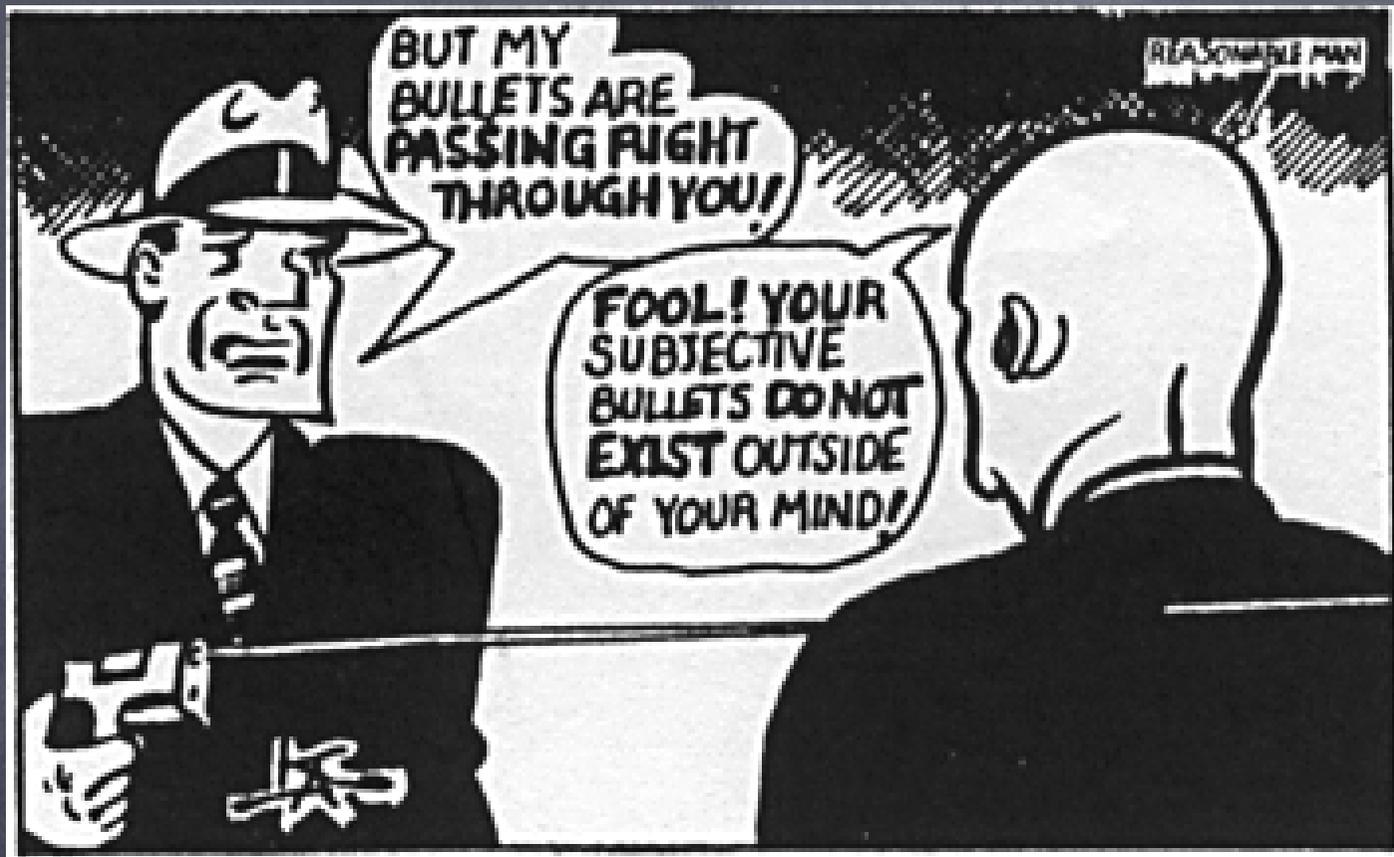
1. Utilisation de modèles normatifs comme référence

“métathéorie de cohérence”

- expliquer les processus du jugement logique, mathématique et statistique de l'homme à travers ses inférences (référence à un modèle théorique définissant une norme de comportement)
- Comparaison avec une norme, jugement sur la rationalité,
- «[qualité normative]» («[normative goodness]»)
ex. L'homme est-il un esprit bayésien?

Modèles normatifs utilisés

- Jugement probabiliste: **Modèle bayésien** (subjectif)
- Décision
 - dans le risque: **Modèle de l'Utilité espérée**
 - dans l'incertain: **Modèle de l'Utilité subjectivement espérée (SEU)**



Le Bayesianisme



Dutch book argument

«□ Un individu qui ne commet pas une telle erreur, qui évalue donc les probabilités de manière à ne pas permettre à ses compétiteurs de vaincre à coup sûr nous le dirons cohérent. Et alors le calcul des probabilités n'est rien d'autre que la théorie mathématique qui enseigne à être cohérent□». de Finetti (1931)

Critères généraux

1. Critère épistémique: Les degrés de croyance d'un individu sont interprétés en termes de probabilité.
 - Toutes probas sont conditionnelles à l'état de connaissance K de l'individu ($P(H|K)$)
 - Toute personne est supposée capable d'assigner une proba à la réalisation de tout événement
 - Proba d'un événement singulier existe

Critères généraux

2. Critère statique de cohérence: Les degrés de croyances d'un individu obéissent aux axiomes de Kolmogorov de la théorie des probabilités additives

Axiomes de Kolmogorov

1. $P(\emptyset)=0$ et $P(\Omega)=1$ (avec \emptyset l'événement impossible et Ω l'ensemble des résultats possibles)
2. E est dit "signifiant" si et seulement si $0 < P(E) < 1$
3. Si $E \cap F = \emptyset$, alors $P(E \cup F) = P(E) + P(F)$
4. La probabilité conditionnelle satisfait la règle des probabilités composées: $P(E \cap F) = P(E)P(E|F)$

Les points (1) et (2) sont appelés "règles de convexité", et (3) est la "règle d'addition. On en déduit la "contrainte de complémentarité": Pour tout événement E , $P(E) + P(\neg E) = 1$. De (4) on en déduit l'identité de Bayes

Critères généraux

3. Critère dynamique de cohérence: la révision des degrés de croyance d'un individu se fait par la règle de Bayes

Les écritures de la règle de Bayes

1. la «définition de la probabilité conditionnelle» :

$$P(H|M) = \frac{P(H \cap M)}{P(M)} \text{ (Bayes, 1763)}$$



Proba a posteriori

2. l'« identité de Bayes » :

vraisemblance

Proba a priori

$$P(H|M) = \frac{P(M|H)P(H)}{P(M)} \text{ (Laplace, 1774)}$$



Proba de la donnée $P(M) = \sum_i P(M|H_i)P(H_i)$

Problème du test médical

“1% des femmes de 40 ans qui participent à un dépistage de routine ont un cancer du sein. 80% des femmes avec un cancer du sein auront des mammographies positives. 9,6% des femmes sans cancer du sein auront aussi des mammographies positives. Une femme appartenant à cette tranche d’âge a eu lors d’un dépistage de routine une mammographie positive. Quelle est la probabilité qu’elle ait réellement un cancer du sein ? ___%”.
(Eddy, 1982)

Règle de Bayes

$$P(\text{cancer} | \text{test positif}) = \frac{\text{probabilité d'avoir un test positif et d'avoir cancer}}{\text{probabilité d'avoir un test positif}}$$

$$P(\text{cancer} | \text{test positif}) = \frac{P(\text{test positif} | \text{cancer présent (hit)}) \times P(\text{cancer})}{P(\text{test positif} | \text{cancer présent (hit)}) \times P(\text{cancer}) + P(\text{test positif} | \text{cancer absent (false)}) \times P(\text{pas de cancer})}$$

$$P(C|T_p) = \frac{P(T_p|C) \times P(C)}{P(T_p|C) \times P(C) + P(T_p|\sim C) \times P(\sim C)}$$

Problème du test médical

“1% des femmes de 40 ans qui participent à un dépistage de routine ont un cancer du sein. 80% des femmes avec un cancer du sein auront des mammographies positives. 9,6% des femmes sans cancer du sein auront aussi des mammographies positives. Une femme appartenant à cette tranche d’âge a eu lors d’un dépistage de routine une mammographie positive. Quelle est la probabilité qu’elle ait réellement un cancer du sein ? ___%”. (Eddy, 1982)

$$P(C|T_p) = \frac{P(T_p|C) \times P(C)}{P(T_p|C) \times P(C) + P(T_p|\sim C) \times P(\sim C)}$$

$$P(C|T_p) = \frac{0,1 \times 0,8}{0,1 \times 0,8 + 0,99 \times 0,96} = 0,078$$

Le Bayesianisme

- Bayésien subjectif (dutch book argument): proba dépend de l'état d'esprit de l'individu ($P(H|K, E)$)
 - 2 individus avec le même état de connaissance peuvent avoir 2 jugements de proba différents
 - Apprentissage subjectif du nouveau message



Modèle EU de von Newman & Morgenstern



- Origines: Critère de Bernoulli Daniel
(utilité du gain) $E = \sum p_i U(x_i)$
- espérance (Pascal, Huygens,) $E = \sum p_i x_i$
- paradoxe de St Petersburg de Bernoulli
Nicolas
- axiomes



Pascal

Notion d'espérance

- L'espérance de gain (espérance mathématique) est donnée par la formule $E = \sum p_i x_i$: moyenne des gains possibles x_i pondérés par leur probabilité d'apparition p_i . La meilleure stratégie est celle dont l'espérance mathématique de gain est maximale.



Pascal

Notion d'espérance

- L'espérance de gain (espérance mathématique) est donnée par la formule $E = \sum p_i x_i$: moyenne des gains possibles x_i pondérés par leur probabilité d'apparition p_i . La meilleure stratégie est celle dont l'espérance mathématique de gain est maximale.

Joueriez-vous à ce jeu ? : lancez un dé; si un multiple de 3 sort, vous gagnez 10 ducats (gain = + 10) sinon vous perdez 5 ducats (gain = -5).



Pascal

Notion d'espérance

- L'espérance de gain (espérance mathématique) est donnée par la formule $E = \sum p_i x_i$: moyenne des gains possibles x_i pondérés par leur probabilité d'apparition p_i . La meilleure stratégie est celle dont l'espérance mathématique de gain est maximale.

Joueriez-vous à ce jeu ? : lancez un dé; si un multiple de 3 sort, vous gagnez 10 ducats (gain = + 10) sinon vous perdez 5 ducats (gain = -5).

La probabilité de voir sortir un multiple de 3 est $1/3$; l'événement contraire a donc une probabilité égale à $2/3$. Par suite, votre espérance mathématique de gain est :

$$E = (1/3) \times 10 - (2/3) \times 5 = 0 : \text{on dit que le jeu est équitable .}$$

Paradoxe de Saint Petersbourg

Deux joueurs A et B jouent à "pile" ou "face". A commence et rejoue tant que "face" n'apparaît pas. Suivant que "face" apparaît au 1er, 2ème, 3ème, 4ème ..., n-ème coup, B devra donner 2 ducats, 4 ducats, 8 ducats, ..., 2^{n+1} ducats à A. Quelle somme A devrait-il verser à B (mise) pour que le jeu soit équitable ? A va-t-il se risquer ?...

Paradoxe de Saint Petersbourg

Deux joueurs A et B jouent à "pile" ou "face". A commence et rejoue tant que "face" n'apparaît pas. Suivant que "face" apparaît au 1er, 2ème, 3ème, 4ème ..., n-ème coup, B devra donner 2 ducats, 4 ducats, 8 ducats, 16, ..., 2^n ducats à A. Quelle somme A devrait-il verser à B (mise) pour que le jeu soit équitable ? A va-t-il se risquer ?...

la probabilité de l'événement "face" n'apparaît qu'au n-ème coup est $(1/2)^n$
L'espérance E de gain du joueur A est donc la somme :

$$E = 2 \times \frac{1}{2} + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 16 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \dots + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n + \dots$$

Tous les termes de la somme égalent 1. C'est dire finalement que l'espérance de gain du joueur A est infinie!

Somme infinie pour rentrer dans le jeu et probabilité forte de ne retirer du jeu qu'une somme modeste



Daniel
Bernoulli

Utilité du gain

- La solution proposée par Daniel BERNOULLI (1700-1782) consiste à dire que ce qui compte, ce n'est pas l'espérance du gain, mais l'espérance d'une fonction (de l'utilité) de ce gain. Fonction positive mais croît à un taux décroissant (ex fonction log.).
- "gain psychologique" fonction du gain monétaire
- C'est-à-dire par exemple que l'utilité que me procure 2 millions de ducats n'est pas le double de l'utilité que me procure 1 million de ducats, mais moins.

$$\sum P_i U(G_i)$$

← valeur de satisfaction ou d'utilité



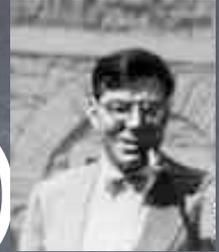
Modèle EU de von Newman & Morgenstern

- En situation de risque (probas connues), le comportement du décideur est entièrement déterminé par ses préférences sur les distributions de probabilités sur les conséquences de ses actions

- On appelle loterie de telles distributions | 

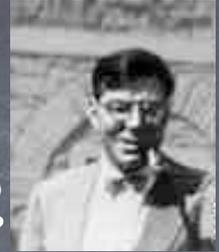
- Il est "rationnel" si le choix de ses décisions est cohérent avec ses préférences sur les loteries

Modèle USE (Savage, 1954)



- Extension de la théorie au cas où les probas ne sont pas connues (courses de chevaux,)
- Notion de probas subjectives

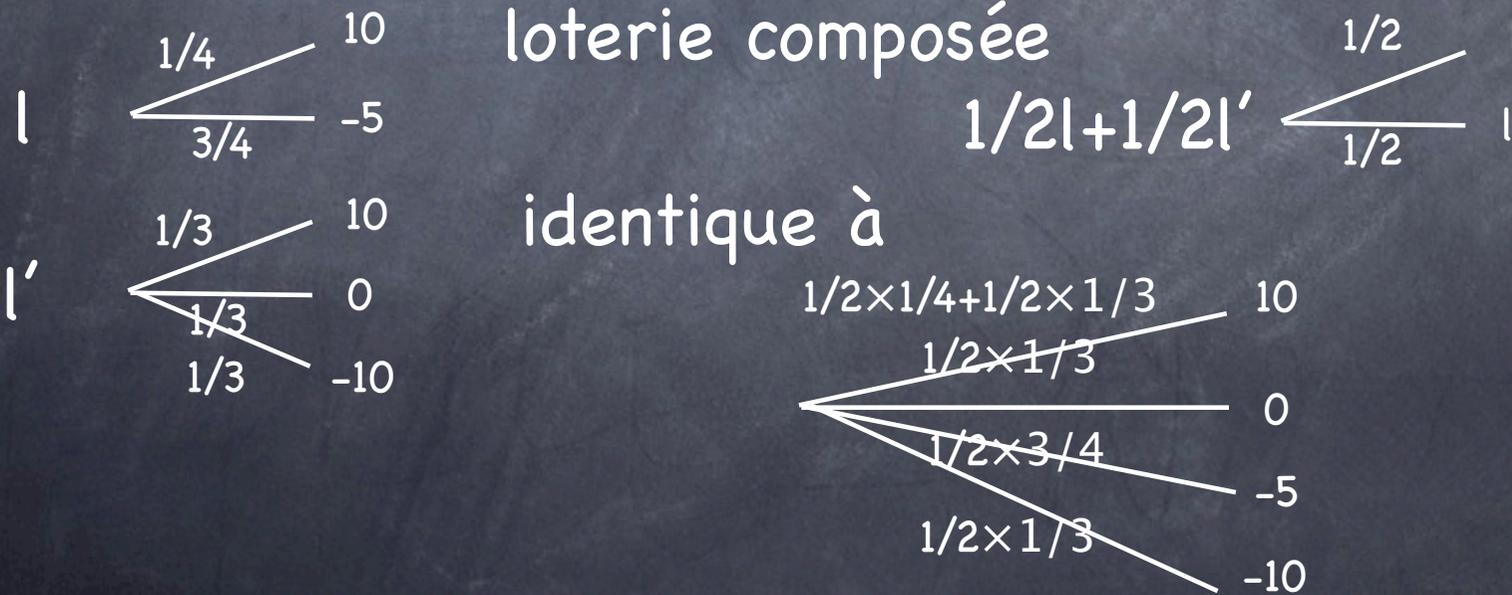
Principe de décidabilité



- existence d'un préordre sur les actes (cet ordre sur les actes est déterminé par les préférences). (A préf. à B, B préf. A, A indif. B)
- Transitivité (A préf. B, B préf. C alors A préf. C)

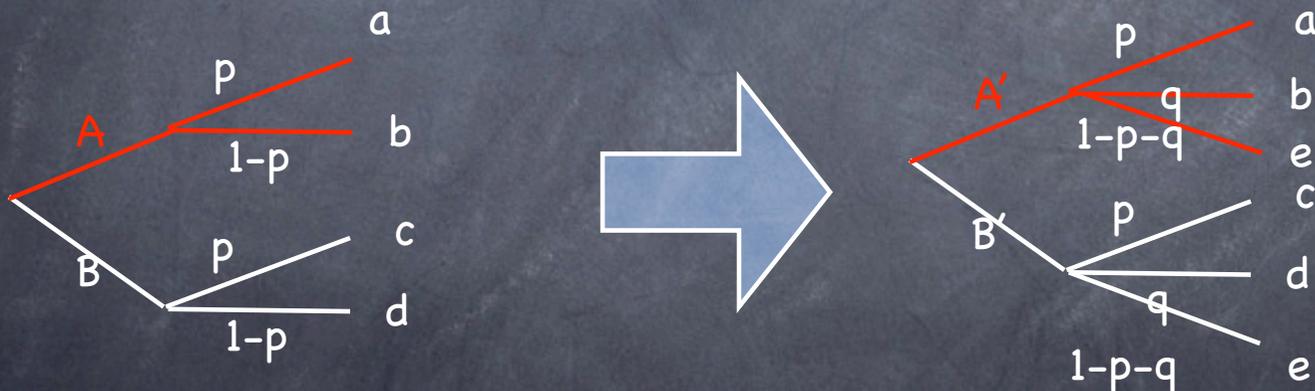
indépendance

- Si pour l'ensemble des options, les issues qui résultent de la combinaison de ces options avec un état de la nature reçoivent des utilités identiques, alors le choix final d'une option ne dépend pas de cette issue particulière



indépendance

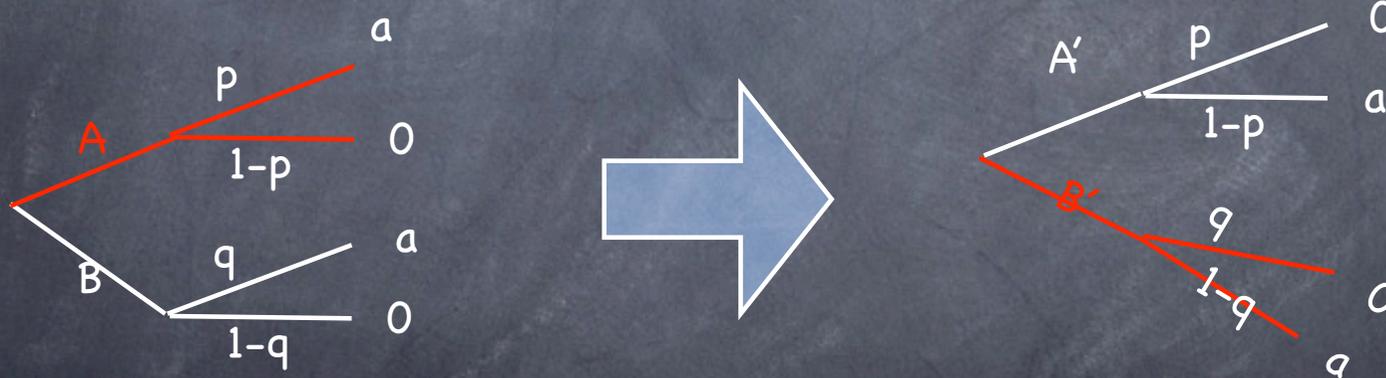
- Si pour l'ensemble des options, les issues qui résultent de la combinaison de ces options avec un état de la nature reçoivent des utilités identiques, alors le choix final d'une option ne dépend pas de cette issue particulière



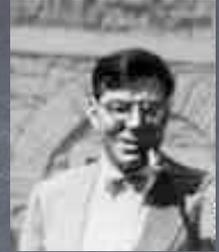
Dominance (principe de la chose sûre)

- Soit deux décisions d_1 et d_2 , et un événement A : si d_1 est préférée à d_2 conditionnellement à la réalisation de A , et si d_1 est préférée à d_2 conditionnellement à la non réalisation de A , alors d_1 est préférée à d_2 inconditionnellement.
- si une option x est préférée à y pour tout état du monde, alors le décideur doit préférer x à y même dans ignorance de l'état du monde

Inversion des choix si inversion des utilités



Indépendance utilités/ probas



- Opinion de sujet

“métathéorie de correspondance”

- description et analyse de la précision des processus par lesquels une personne effectue des inférences (aucune référence à un modèle théorique définissant une norme de comportement)
- utilisations de modèles descriptifs (modèles normatifs pouvant être considérés comme possibles modèles descriptifs);
- réponse peut être analysée correcte/valeur définie par l'expérimentateur, expert, objectif, etc... idée de précision d'une réponse

Un exemple la "théorie de l'intégration de l'information (TII) d'Anderson

- l'individu, qui intègre l'information, utilise une algèbre cognitive générale (pour une revue (Anderson, 1991). Cette algèbre peut être "modélisée" par des modèles descriptifs mathématiques.

Modèle de la moyenne

Par exemple le "modèle de la moyenne" (ci-dessous) est comparé à l'identité de Bayes

Le modèle de la moyenne dans le cas de deux informations (1 et 2) est :

$$R = \frac{w_0 s_0 + w_1 s_1 + w_2 s_2}{w_0 + w_1 + w_2}$$

avec R la réponse résultante de l'intégration des éléments d'information 1 et 2. w_1 et w_2 sont les "poids" accordés aux deux éléments d'information et s_1 et s_2 , les valeurs d'échelle attribuées aux deux éléments. Enfin w_0 et s_0 sont respectivement le poids et la valeur d'échelle accordée à l'impression initiale.

Correspondance

- «[qualité substantive]» («[substantive goodness]») : l'étude des connaissances des sujets du domaine dont dépend leur jugement probabiliste
- «[calibrage] » («[calibration] ») qui étudie la précision des jugements probabilistes sur une longue période par rapport à une fréquence, à un jugement d'expert,

2 critères généraux de discriminations

1. Utilisation de modèles normatifs comme référence (Funder, 1987; Hammond, McClelland & Mumpower, 1980; Hammond, 1996; Kruglanski & Ajzen, 1983; Winkler & Murphy, 1968).
2. Analyse des "erreurs" des participants suivant une croyance optimiste ou pessimiste de la rationalité humaine (Khaneman & Tversky, 1983; Jungermann (1986)

Deuxième discrimination

- camp optimiste

Les erreurs sont analysées comme des évaluations non justifiées car basées sur des hypothèses théoriques ou des approches empiriques inappropriées

- camp pessimiste

Les erreurs sont analysées comme des preuves d'une absence de rationalité

Limitations

1. Participants novices/experts
2. Individuel/groupe
3. accentuation "métathéorie de cohérence"